

حسابان یازدهم



۰۹۳۹-۳۲۱-۸۵۴۵

«پشتیبانی»

زیرزمین حسابان یازدهم



استاد ورافشار ۰۹۱۶۳۴۵۳۲۸۸

❖ **مثال:** روی محیط دایره‌ای ۲۰ نقطه متمایز قرار دارد. از هر نقطه به نقاط دیگر وصل می‌کنیم. تعداد کل وترهای تشکیل شده را به دست آورید.

تعداد وترها = $19 + 18 + 17 + \dots + 2 + 1$

$$S = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{19 \times 20}{2}$$

$$S = 190 \quad \checkmark$$

❖ **حل:** نقطه اول را به هر یک از نقاط دیگر وصل می‌کنیم در این صورت ۱۹ وتر پدید می‌آید. با وصل نقطه دوم به نقاط دیگر (به غیر از نقطه اول) ۱۸ وتر به دست می‌آید. سپس نقطه سوم را به نقاط دیگر غیر از نقاط اول و دوم وصل می‌کنیم. ۱۷ وتر حاصل می‌شود. با ادامه این عمل تعداد وترهای حاصل برابر است با:

$$19 + 18 + 17 + \dots + 2 + 1 = \frac{19}{2} (1 + 19) = 190$$

❖ **تذکر:** این مسئله را با استفاده از ترکیبیات نیز می‌توان حل کرد. آن را حل کرده و دو روش را با هم مقایسه کنید.

سوم: $\frac{19 \times 20}{2} = 190 \quad \checkmark$

$$C(20, 2) = \binom{20}{2} = \frac{20!}{(20-2)! \times 2!}$$

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}$$

$$= \frac{20 \times 19 \times 18!}{18! \times 2} = 190 \quad \checkmark$$

زیر ذره بین حسابان یازدهم



استاد پورانفخار ۰۹۱۶۳۴۵۳۲۸۸

فعالیت

دنباله حسابی زیر را، که در آن a جمله اول، d قدر نسبت و n تعداد جملات آن است، در نظر بگیرید.

$$a, a+d, a+2d, \dots, a+(n-2)d, a+(n-1)d$$

مجموع جملات این دنباله را S_n می نامیم و می نویسیم:

$$S_n = a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (a+(n-2)d) + (a+(n-1)d)$$

حال، جملات S_n را از آخر به اول بنویسید و با جمع جملات متناظر دو عبارت اخیر، $2S_n$ را به دست آورید. نتیجه خواهید گرفت:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$a, (a+d), (a+2d), (a+3d) + \dots$$

$$(a+(n-1)d) \text{ و } (a+(n-2)d)$$

$$S_n = (a) + (a+d) + (a+2d) + \dots + (a+(n-1)d)$$

$$S_n = (a+(n-1)d)$$

$$(a+d) + (a)$$

$$2S_n = (2a + (n-1)d) + \dots + (2a + (n-1)d)$$

$$2S_n = n[2a + (n-1)d] \Rightarrow S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

زیرزمین حسابان یازدهم



استاد پورانفخار ۰۹۱۶۳۴۵۳۲۸۸

مثال: مجموع صد جمله اول دنباله حسابی را به دست آورید.

$n = 100$

$S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)$ یا $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$S_{100} = \frac{100}{2}[2 \times 3 + (100-1) \times 4] = 20100$

حل: جمله اول ۳، تعداد جمله ها ۱۰۰ و قدرنسبت جملات ۴ است. با استفاده از فرمول مجموع جملات دنباله حسابی می توان نوشت:

$$S_{100} = \frac{100}{2}[(2 \times 3) + (99 \times 4)] = 50 \times 402 = 20100$$



خواندنی

در ریاضیات آنچه مهم است فکر کردن، استدلال کردن و نتیجه گرفتن است. ریاضیات راهی برای اندیشیدن و روشی برای استدلال و درست فکر کردن است. استدلال وسیله‌ای است که به کمک آن می‌توان از روی اطلاعاتی که داریم حقایقی را کشف کنیم. البته ریاضیات به تجربه و مشاهده نیز مربوط می‌شود، ولی قسمت اعظم آن همان اندیشیدن، استدلال کردن و نتیجه گرفتن است. زمانی که گاوس ریاضیدان آلمانی ده ساله بود، روزی معلم از دانش‌آموزان کلاس خواست مداد و کاغذ بردارند و حاصل جمع اعداد ۱ تا ۱۰۰ را به دست آورند. چند دقیقه نگذشته بود که معلم، گاوس را دید که به کار دیگری مشغول است. از او پرسید: چرا مسئله را حل نمی‌کنی؟ او جواب داد: حل شد! معلم با تعجب گفت: این غیر ممکن است. ولی گاوس گفت: خیلی هم آسان بود. سپس گفت: اول چنین نوشتم:

$$۱ + ۲ + ۳ + \dots + ۹۸ + ۹۹ + ۱۰۰$$

و بعد چنین:

$$۱۰۰ + ۹۹ + ۹۸ + ۹۷ + \dots + ۳ + ۲ + ۱$$

و جفت جفت از اول تا آخر جمع کردم:

$$۱۰۱ + ۱۰۱ + ۱۰۱ + \dots + ۱۰۱ + ۱۰۱ + ۱۰۱$$

بدین ترتیب ۱۰۰ تا عدد ۱۰۱ به دست آوردم که حاصل ضرب آنها ۱۰۱۰۰ می‌شود و چون دو بار مجموع ۱ تا صد را حساب کردم عدد ۱۰۱۰۰ را بر دو تقسیم کردم و ۵۰۵۰ به دست آمد. بنابراین حاصل جمع اعداد ۱ تا ۱۰۰ برابر ۵۰۵۰ می‌شود.